

BÀI TẬP GIẢI TÍCH 11 HỌC KỲ 2**CHƯƠNG 4: GIỚI HẠN****I – TRẮC NGHIỆM**

Câu 1. Trong các dãy số u_n có số hạng tổng quát u_n sau đây, dãy số nào có giới hạn vô cực?

- A. $u_n = 2^n$. B. $u_n = \frac{1}{n}$. C. $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$. D. $u_n = (-1)^n$.

Câu 2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n^2+1}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. 1.

Câu 3. Trong các dãy số u_n có số hạng tổng quát u_n sau đây, dãy nào có giới hạn bằng 0?

- A. $u_n = n^3 + 4$. B. $u_n = (\sqrt{2})^n$. C. $u_n = \frac{1}{n^3}$. D. $u_n = \frac{-3n^5 + n}{n^4 + 1}$.

Câu 4. Tính $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^{2018} - 7n^{2019} + 19}{4n^{2018} - 3n^{2017} - 20}$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = +\infty$. C. $I = -\infty$. D. $I = -\frac{19}{20}$.

Câu 5. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 2n}{1 - 3n^2}$.

- A. $-\frac{1}{3}$. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 6. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+2} - \sqrt{n^2+4}}$.

- A. 0. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 1.

Câu 7. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9^{n+2} + 9^{n+1} + 1}{5 \cdot 9^n - 7} = \frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $P = a - b$.

- A. $P = 51$. B. $P = 76$. C. $P = 15$. D. $P = 17$.

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{16n^2 + 20n - 7} - m^2 n) = -\infty$.

- A. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$. B. $-2 < m < 2$. C. $m < -2$. D. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$.

Câu 9. Tính tổng $S = \frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12} + \dots\right)$.

- A. $S = \frac{4}{3}$. B. $S = -\frac{4}{3}$. C. $S = \frac{4}{9}$. D. $S = -\frac{4}{9}$.

Câu 10. Biết giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5\sqrt{3n^2+n}}{2(3n+2)} = \frac{a\sqrt{3}}{b}$ (với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản).

Tính $T = a + b$.

- A. $T = 21$. B. $T = 11$. C. $T = 7$. D. $T = 9$.

Câu 11. Giá trị của $D = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+2n} - \sqrt[3]{n^3+2n^2})$ bằng:

- A. $D = +\infty$. B. $D = -\infty$. C. $D = \frac{1}{3}$. D. $D = 1$.

Câu 12. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{2}$ với a là tham số. Khi đó, giá trị $a - a^2$ bằng:

- A. -12 . B. -2 . C. 0. D. -6 .

Câu 13. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\dots+(2n+1)}{3n^2+4}$.

- A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. 1.

Câu 14. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-3)}{1-x^2}$.

- A. -2. B. 1. C. 0. D. -1.

Câu 15. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-2x+3}{3-x}$.

- A. $I = \frac{3}{5}$. B. $I = 3$. C. $I = +\infty$. D. $I = -\infty$.

Câu 16. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1-x}{(x-4)^2}$.

- A. $I = -\infty$. B. $I = 1$. C. $I = +\infty$. D. $I = 0$.

Câu 17. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2-x+1}+x-2) = -\frac{3}{2}$. B. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$.
C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2-x+1}+x-2) = +\infty$. D. $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$.

Câu 18. Tính $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{cx^2+a}{x^2+b}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$).

- A. $L = a$. B. $L = b$. C. $L = c$. D. $L = \frac{a+b}{c}$.

Câu 19. Cho các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$, hỏi $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$ bằng

- A. 5. B. 2. C. -6. D. 3.

Câu 20. Cho số thực a thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2x^2+3}+2019}{2x+2020} = \frac{1}{2}$. Khi đó giá trị của a là

- A. $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $a = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $a = \frac{1}{2}$. D. $a = -\frac{1}{2}$.

Câu 21. Cho biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2-7x+12}}{a|x|-17} = \frac{2}{3}$. Giá trị của a bằng

- A. -3. B. 3. C. 6. D. -6.

Câu 22. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $c^2+a=18$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{ax^2+bx}-cx) = -2$. Tính $P = a+b+5c$.

- A. $P=18$. B. $P=12$. C. $P=9$. D. $P=5$.

Câu 23. Phương trình $x^5+5x^2-x-7=0$ có nghiệm thuộc khoảng

- A. $(-1;0)$. B. $(0;1)$. C. $(1;2)$. D. $(2;3)$.

Câu 24. Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng $(0;1)$?

- A. $2x^2-3x+4=0$. B. $(x-1)^5-x^7-2=0$.
C. $3x^4-4x^2+5=0$. D. $3x^{2017}-8x+4=0$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} (mx+n)^2 & \text{khi } x \geq 1 \\ 2mnx+3 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính m^2+n^2 .

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 26. Hàm số nào sau đây không liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 3x^5 - 4x^7 + 12$. B. $y = \frac{1}{x^2+x+1}$. C. $y = \tan 2x$. D. $y = \sqrt{1+2x^2}$.

Câu 27. Cho phương trình $(m^2 + 3)(x - 1)(x^2 - 4) - x^3 + 3 = 0$ (1), với m là tham số. Khẳng định nào sau đây đúng:

- A. (1) có ít nhất hai nghiệm phân biệt. B. (1) vô nghiệm.
C. (1) có ít nhất bốn nghiệm phân biệt. D. (1) có đúng một nghiệm.

Câu 28. Cho phương trình $-x^5 + 3x^4 - 1 = 0$. Chọn mệnh đề **sai**.

- A. Phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(-1; 0)$.
B. Phương trình không có nghiệm thuộc khoảng $(-1; 1)$.
C. Phương trình có ít nhất hai nghiệm thuộc khoảng $(0; 3)$.
D. Phương trình không có một nghiệm thuộc khoảng $(3; 4)$.

Câu 29. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

- A. $m = 3$. B. $m = 1$. C. $m = \frac{3}{4}$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x + a - 1, & \text{khi } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x}, & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tìm giá trị của a để hàm số đã cho liên tục tại điểm

$x = 0$.

- A. $a = 1$. B. $a = 3$. C. $a = 2$. D. $a = 4$.

II – TỰ LUẬN

Bài 1. Tính các giới hạn sau

1/ $\lim \frac{6n+5}{7n+1}$.

2/ $\lim \frac{7n^2 - 2n^3 + 1}{3n^3 + 2n^2 + 1}$.

3/ $\lim \frac{n^3 - 3n^2 + 2}{n^4 + 4n^3 + 1}$

4/ $\lim \frac{3n - n^4}{4n - 5}$

5/ $\lim \frac{8n^5 - 2n^3 + 1}{4n^5 + 2n^2 + 1}$

6/ $\lim \frac{n^3 + 1}{n(2n+1)^2}$

7/ $\lim \frac{1}{n^2 + 2\sqrt{n} + 7}$

8/ $\lim \frac{(2n^2 + 1)^4 (n+2)^9}{n^{17} + 1}$

9/ $\lim \frac{(n-2)^7 (2n+1)^3}{(n^2 + 2)^5}$

10/ $\lim \frac{\sqrt{4n^2 + 5} + n}{4n - \sqrt{n^2 + 1}}$

11/ $\lim \frac{\sqrt{n^3 - 2n + 5}}{3 + 5n}$

12/ $\lim \frac{\sqrt[4]{3n^3 + 1} - n}{\sqrt{2n^4 + 3n + 1} + n}$

13/ $\lim \frac{-n^2 + 2n + 1}{\sqrt{3n^4 + 2}}$

14/ $\lim \frac{\sqrt{n^3 - 2n + 5}}{3 + 5n}$

15/ $\lim \frac{\sqrt{n+1} - 4}{\sqrt{n+1} + n}$

16/ $\lim \frac{\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt[3]{3n^3 + 2}}{\sqrt[4]{2n^4 + n + 2} - n}$

17/ $\lim \frac{n+1}{n^2(\sqrt{3n^2 + 2} - \sqrt{3n^2 - 1})}$

18/ $\lim \left[\sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}) \right]$

19/ $\lim (n-1) \sqrt{\frac{2n+2}{n^4 + n^2 - 1}}$

20/ $\lim (3n^4 + 3n - 2)$

21/ $\lim (\sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{3n^2 + 2})$

22/ $\lim \sqrt[5]{200 - 3n^5 + 2n^2}$

23/ $\lim \sqrt{3 + \frac{n^2 - 1}{3 + n^2} - \frac{1}{2^n}}$

25/ $\lim (\sqrt{n^2 + 6n} - n)$

27/ $\lim \frac{3^n - 4 \cdot 2^{n-1} - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n}$

29/ $\lim \frac{5^n - 1}{3^n + 1}$

31/ $\lim \sqrt{\frac{3 \cdot 3^n + 4^n}{3^{n+1} + 4^{n+1}}}$

33/ $\lim \frac{n \cdot \sqrt{1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)}}{2n^2 + 1}$

35/ $\lim \left[\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right]$

37/ $\lim \left[\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)} \right]$

Bài 2. Tính các giới hạn sau

1/ $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 6)$

3/ $\lim_{x \rightarrow 1} |x^3 + 7x|$

5/ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

7/ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$

9/ $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$

11/ $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 + 8x}{x^3 + 2x^2 + x + 2}$

13/ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1} - 1}{x^2 - 3x}$

15/ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{1-x}}{x}$

17/ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2 + 1}$

19/ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 7}{x^4 + 1}$

21/ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3}{x + 2}$

23/ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x + 1}$

25/ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 2) \sqrt{\frac{x-1}{x^4 + x^2 + 1}}$

27/ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sqrt{x^2 + x + 1})$

24/ $\lim (\sqrt[3]{n^3 + 9n^2} - n)$

26/ $\lim \frac{2 - 5^{n-2}}{3^n + 2 \cdot 5^n}$

28/ $\lim (3^n - 5^n)$

30/ $\lim \frac{3 \cdot 2^n - 3^n}{2^{n+1} + 3^{n+1}}$

32/ $\lim (\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n})$

34/ $\lim \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+n} \right)$

36/ $\lim \left[\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+2)} \right]$

38/ $\lim \left[\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \right]$

2/ $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1)$

4/ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 2x^2 + 1}{2x^5 + 1}$

6/ $\lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} \frac{x + \sqrt{2}}{x^2 - 2}$

8/ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2}$

10/ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{2x^3 + 2}$

12/ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2}$

14/ $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x+1} - 4}{3 - \sqrt{x+4}}$

16/ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5}}{x - 3}$

18/ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 3}{x + 2}$

20/ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x^2 + 1}$

22/ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 3}{\sqrt{4x^2 + 1} - 2}$

24/ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^4 - x^3 + x^2 - x}$

26/ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$

28/ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 2} - x)$

$$29/ \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1-\sqrt{x^2-x+2})$$

$$30/ \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{8x^3+2x}-2x)$$

$$31/ \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt[3]{2x^3+x-1})$$

$$32/ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3}{\sqrt{2x^2-3}}$$

$$33/ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^6-5x^2+1}}{3x^3+x+2}$$

$$34/ D = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x^2+1}+2x+1}{\sqrt[3]{2x^3+x+1+x}}$$

$$35/ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} \cdot \sqrt[3]{1-3x} - \sqrt{1+2x}}{2x+x^2}$$

$$36/ \lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{2x^2-7}{x-6}$$

$$37/ \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3+2x}{x+2}$$

$$38/ \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-x+1}{x^2-1}$$

$$39/ \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}$$

$$40/ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2-4}{\sqrt{(x^4+1)(2-x)}}$$

$$41/ \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^3-x^2}}{\sqrt{x-1}+1-x}$$

$$42/ \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2-x+3}}{2|x|-1}$$

Bài 3.

$$1/ \text{ Cho hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ \frac{1}{4} & \text{khi } x = 4 \end{cases} . \text{ Xét tính liên tục của hàm số tại } x = 4.$$

$$2/ \text{ Cho hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{\sqrt{x-1}} + 2 & \text{khi } x > 1 \\ 3x^2+x-1 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases} . \text{ Xét tính liên tục của hàm số tại } x = 1.$$

$$3/ \text{ Cho hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1} & \text{khi } x > 1 \\ \frac{\sqrt[3]{1-x}+2}{x+2} & \text{khi } x \leq 1 \end{cases} . \text{ Xét tính liên tục của hàm số trên } \mathbb{R} .$$

$$4/ \text{ Cho hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{|x-1|} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases} . \text{ Xét tính liên tục của hàm số trên } \mathbb{R} .$$

$$5/ \text{ Tìm tất cả các giá trị của } m \text{ để hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = 0 .$$

$$6/ \text{ Tìm tất cả các giá trị của tham số } m \text{ để hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2+5x-3}{x+3} & \text{khi } x \neq -3 \\ 2m^2+3mx & \text{khi } x = -3 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = -3.$$

$$7/ \text{ Xác định } a, b \text{ để các hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-3x^2+2x}{x(x-2)} & \text{khi } x(x-2) \neq 0 \\ a & \text{khi } x = 2 \\ b & \text{khi } x = 0 \end{cases} \text{ liên tục trên } \mathbb{R} .$$

8/ Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} - m & \text{khi } x \geq 0 \\ mx + 2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Bài 4:

1/ Chứng minh rằng phương trình $x^3 - 1000x^2 + 0,01 = 0$ có nghiệm.

2/ Chứng minh rằng phương trình $x^3 - 10x^2 + 100 = 0$ có nghiệm âm.

3/ Chứng minh rằng phương trình $-2x^5 + 7x^4 - 6x^3 + 23x^2 - 55x + 11 = 0$ có ít nhất hai nghiệm phân biệt.

4/ Chứng minh rằng phương trình $2x + 6\sqrt[3]{1-x} = 3$ có 3 nghiệm phân biệt.

5/ Chứng minh rằng phương trình $m(x-1)^3(x^2-4) + x^4 - 3 = 0$ luôn có ít nhất 2 nghiệm với mọi giá trị của m .

6/ Chứng minh rằng phương trình $(m^2+1)x^4 - x^3 - 1 = 0$ luôn có ít nhất 2 nghiệm với mọi m .

7/ Chứng minh rằng phương trình $x^3 + mx^2 - 1 = 0$ luôn có 1 nghiệm dương.

8/ Cho $m > 0$ và a, b, c là 3 số thực thỏa mãn: $\frac{a}{m+2} + \frac{b}{m+1} + \frac{c}{m} = 0$. Chứng minh rằng phương trình:

$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.

ĐÁP ÁN BÀI TẬP GIẢI TÍCH 11 CHƯƠNG 4**I – TRẮC NGHIỆM (30 câu)**

1A 2C 3C 4C 5C 6C 7D 8D 9C 10B 11C 12A 13B 14B 15B 16A 17B 18C 19C 20A 21B 22B 23C 24D 25C 26C 27A 28B 29C 30C

II – TỰ LUẬN (10 câu)**Bài 1.**

1/ $\frac{6}{7}$.	2/ $-\frac{2}{3}$	3/ 0	4/ $-\infty$
5/ 2	6/ $\frac{1}{4}$	7/ 0	8/ 16
9/ 8	10/ 1	11/ $+\infty$	12/ 0
13/ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$	14/ $+\infty$	15/ 0	16/ $\frac{1-\sqrt[3]{3}}{\sqrt[4]{2}-1}$
17/ $\frac{2}{\sqrt{3}}$	18/ 1	19/ 0	20/ $+\infty$
21/ $-\infty$	22/ $-\infty$	23/ 2	24/ 3
25/ 3	26/ $-\frac{1}{50}$	27/ 0	28/ $-\infty$
29/ $+\infty$	30/ $-\frac{1}{3}$	31/ $\frac{1}{2}$	32/ $\frac{1}{8}$
33/ $\frac{1}{2}$	34/ 2	35/ 1	36/ $\frac{3}{4}$
37/ $\frac{11}{18}$	38/ $\frac{1}{2}$		

Bài 2.

1/ 3	2/ 0	3/ 8	4/ -2
5/ 4	6/ $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$	7/ -1	8/ 3
9/ $\frac{5}{4}$	10/ 0	11/ $-\frac{24}{5}$	12/ $\frac{1}{4}$
13/ $-\frac{2}{3}$	14/ $-\frac{9}{4}$	15/ $\frac{1}{3}$	16/ $\frac{1}{6}$

17/ 0	18/1	19/1	20/ $-\infty$
21/ $+\infty$	22/ $\frac{1}{2}$	23/ -2	24/ $+\infty$
25/ 0	26/ $-\infty$	27/ $-\infty$	28/ -2
29/ $\frac{3}{2}$	30/0	31/ $-\infty$	32/ $-\sqrt{2}$
33/ $-\frac{2}{3}$	34/ $+\infty$	35/ $-\frac{3}{4}$	36/ $+\infty$
37/ $+\infty$	38/ $+\infty$	39/ 0	40/ 0
41/1	42/ $\sqrt{3}$		

Bài 3.1/ Hàm số liên tục tại $x = 4$.2/ Hàm số gián đoạn tại điểm $x = 1$.3/ Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.4/ Hàm số liên tục trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ và gián đoạn tại điểm $x = 1$.5/ $m = -2$.6/ $m = 1 \vee m = \frac{7}{2}$.7/ $\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$ 8/ $m = -2$.**Bài 4:**1/ $f(-1) \cdot f(0) < 0$.2/ $f(-4) \cdot f(0) < 0$.3/ $f(2) \cdot f(2,5) = (-7) \cdot \frac{13}{8} < 0$, $f(2,5) \cdot f(3) = \frac{13}{8} \cdot (-28) < 0$.4/ $f(-4) \cdot f(0) < 0$, $f(0) \cdot f(1) < 0$, $f(1) \cdot f(9) < 0$.5/ $f(-2) \cdot f(1) < 0$, $f(1) \cdot f(2) < 0$.6/ $f(-1) \cdot f(0) < 0$, $f(0) \cdot f(\sqrt{2}) < 0$.7/ $+ m = 0$, phương trình có nghiệm $x = 1$. $+ m > 0$, $f(0) \cdot f(1) = -m < 0$. $+ m < 0$, $f(0) \cdot f(1-m) = 2m - m^2 < 0$.8/ $+ c \neq 0$ $+ c \neq 0$ thì $f(0) \cdot f\left(\frac{m+1}{m+2}\right) = -\frac{c^2}{m(m+2)} < 0$.**CHƯƠNG 5: ĐẠO HÀM****I - TRẮC NGHIỆM:**

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3-\sqrt{4-x}}{4} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tính $f'(0)$.

A. Không tồn tại.**B.** $f'(0) = \frac{1}{16}$.**C.** $f'(0) = \frac{1}{4}$.**D.** $f'(0) = \frac{1}{32}$.

Câu 2. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^4}{2} + \frac{5x^3}{3} - \sqrt{2x} + a^2$ (a là hằng số).

A. $y' = 2x^3 + 5x^2 - \frac{1}{\sqrt{2x}} + 2a$.

B. $y' = 2x^3 + 5x^2 + \frac{1}{2\sqrt{2x}}$.

C. $y' = 2x^3 + 5x^2 - \frac{1}{\sqrt{2x}}$.

D. $y' = 2x^3 + 5x^2 - \sqrt{2}$.

Câu 3. Hàm số nào sau đây có đạo hàm bằng $\frac{1}{\sqrt{2x}}$?

A. $f(x) = 2\sqrt{x}$.

B. $f(x) = \sqrt{x}$.

C. $f(x) = \sqrt{2x}$.

D. $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{2x}}$.

Câu 4. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 5)\sqrt{x}$.

A. $y' = \frac{7}{2}\sqrt{x^2} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$.

B. $y' = \frac{7}{2}\sqrt{x^5} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$.

C. $y' = 3x^2 - \frac{5}{2\sqrt{x}}$.

D. $y' = 3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. $\frac{1-3x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

B. $\frac{1+3x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

C. $\frac{1-3x}{x^2+1}$.

D. $\frac{2x^2-x-1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2+3}$. Tính giá trị của biểu thức $S = f(1) + 4f'(1)$.

A. $S = 4$.

B. $S = 2$.

C. $S = 6$.

D. $S = 8$.

Câu 7. Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2+5x-4}$. Đạo hàm y' của hàm số là

A. $y' = \frac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

B. $y' = \frac{2x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

C. $y' = \frac{2x+5}{\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

D. $y' = \frac{4x+5}{\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

Câu 8. Cho các hàm số $u = u(x), v = v(x)$ có đạo hàm trên khoảng J và $v(x) \neq 0$ với $\forall x \in J$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $[u(x) + v(x)]' = u'(x) + v'(x)$.

B. $\left[\frac{1}{v(x)}\right]' = \frac{v'(x)}{v^2(x)}$.

C. $[u(x) \cdot v(x)]' = u'(x) \cdot v(x) + v'(x) \cdot u(x)$.

D. $\left[\frac{u(x)}{v(x)}\right]' = \frac{u'(x) \cdot v(x) - v'(x) \cdot u(x)}{v^2(x)}$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2-2x}$. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $f'(x) \geq f(x)$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Câu 10. Cho $\left(\frac{3-2x}{\sqrt{4x-1}}\right)' = \frac{ax-b}{(4x-1)\sqrt{4x-1}}, \forall x > \frac{1}{4}$. Tính $\frac{a}{b}$.

A. -16.

B. -4.

C. -1.

D. 4.

Câu 11. Cho hàm số $y = \sqrt{1+3x-x^2}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $(y')^2 + y \cdot y'' = -1$.

B. $(y')^2 + 2y \cdot y'' = 1$.

C. $y \cdot y'' - (y')^2 = 1$.

D. $(y')^2 + y \cdot y'' = 1$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{-2x^2+x-7}{x^2+3}$. Tập nghiệm của phương trình $y' = 0$ là

A. $\{-1; 3\}$.

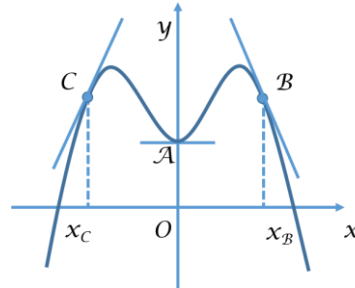
B. $\{1; 3\}$.

C. $\{-3; 1\}$.

D. $\{-3; -1\}$.

- Câu 13.** Cho hàm số $f(x) = ax^3 + \frac{b}{x}$ có $f'(1) = 1, f'(-2) = -2$. Khi đó $f'(\sqrt{2})$ bằng:
- A. $\frac{12}{5}$. B. $-\frac{2}{5}$. C. 2. D. $-\frac{12}{5}$.
- Câu 14.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x) = \frac{x+2}{x+5m}$ có đạo hàm dương trên khoảng $(-\infty; -10)$?
- A. 1. B. 2. C. 3. D. vô số.
- Câu 15.** Cho hàm số $y = x^4 + 2x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(1; 4)$ là
- A. $y = 8x - 4$. B. $y = x + 3$. C. $y = -8x + 12$. D. $y = 8x + 4$.
- Câu 16.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ tại điểm $A(2; 3)$ có phương trình $y = ax + b$. Tính giá trị $a + b$.
- A. 9. B. 5. C. 1. D. -1.
- Câu 17.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 6x^2 + 5$ tại điểm có hoành độ $x = 2$.
- A. $y = -8x - 16$. B. $y = 8x - 19$. C. $y = -8x + 16$. D. $y = 8x + 19$.
- Câu 18.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ tại điểm có tung độ bằng -2 là
- A. $y = 3x + 1$. B. $y = -3x - 1$. C. $y = -3x + 1$. D. $y = -3x + 3$.
- Câu 19.** Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2$ song song với đường thẳng $y = x$?
- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.
- Câu 20.** Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ song song với trục hoành là
- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.
- Câu 21.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y = \frac{2x+1}{x+2}$ song song với đường thẳng $\Delta: y = 3x + 2$ là
- A. $y = 3x + 2$. B. $y = 3x - 2$. C. $y = 3x + 14$. D. $y = 3x + 5$.
- Câu 22.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Tìm số tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $d: y = 9x - 25$.
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.
- Câu 23.** Tìm điểm M có hoành độ âm trên đồ thị $(C): y = \frac{1}{3}x^3 - x + \frac{2}{3}$ sao cho tiếp tuyến tại M vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$.
- A. $M\left(-1; \frac{4}{3}\right)$. B. $M(-2; 0)$. C. $M\left(2; \frac{4}{3}\right)$. D. $M(-2; -4)$.
- Câu 24.** Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$ với t (giây) là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?
- A. 216 (m/s). B. 30 (m/s). C. 400 (m/s). D. 54 (m/s).
- Câu 25.** Một vật chuyển động có phương trình $s = t^4 - 3t^3 - 3t^2 + 2t + 1$ (m), t là thời gian tính bằng giây. Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 3s$ là
- A. $48m/s^2$. B. $28m/s^2$. C. $18m/s^2$. D. $54m/s^2$.

- Câu 26.** Bạn An thả bóng cao su từ độ cao 10m theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng có độ cao bằng $\frac{3}{4}$ độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn.
A. 70m. **B.** 40m. **C.** 80m. **D.** 50m.
- Câu 27.** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' \geq 0$ là
A. $[-1; 5]$. **B.** $\emptyset$. **C.** $(-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$.
- Câu 28.** Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 + 3x - 5$ với m là tham số. Tìm tập hợp M tất cả các giá trị của m để $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.
A. $M = (-3; 3)$. **B.** $M = (-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$.
C. $M = \mathbb{R}$. **D.** $M = (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.
- Câu 29.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2017$. Bất phương trình $y' < 0$ có tập nghiệm là:
A. $S = (-1; 1)$. **B.** $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
C. $(1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -1)$.
- Câu 30.** Cho hàm số $y = f(x)$, biết tại các điểm A, B, C đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiếp tuyến được thể hiện trên hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?



- A.** $f'(x_C) < f'(x_A) < f'(x_B)$. **B.** $f'(x_A) < f'(x_B) < f'(x_C)$.
C. $f'(x_A) < f'(x_C) < f'(x_B)$. **D.** $f'(x_B) < f'(x_A) < f'(x_C)$

II - TỰ LUẬN:

Bài 1. Tìm đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = (2x - 3)(x^5 - 2x)$

b) $y = x(2x - 1)(3x + 2)$

c) $y = (\sqrt{x} + 1) \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - 1 \right)$

d) $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$

Bài 2. Tìm đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$

c) $y = \sqrt[3]{x^3 - 3x + 1}$

b) $y = \sqrt[3]{\left(\frac{2x - 1}{x + 3} \right)^2}$

d) $y = \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right)^5$

Bài 3. Tìm đạo hàm của các hàm số sau :

a) $y = \frac{\sin x}{x} + \frac{x}{\sin x}$

b) $y = \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin x + \cos x}$

c) $y = \frac{\sin 2x + \cos 2x}{2 \sin 2x - \cos 2x}$

d) $y = 4 \sin x \cdot \cos 5x \cdot \sin 6x$

Bài 4. Cho hàm số $y = \cot 2x$. Chứng minh : $y' + 2y^2 + 2 = 0$.

Bài 5. Cho hàm số $y = x \sin x$. Chứng minh rằng:

a) $xy - 2(y' - \sin x) + x(2 \cos x - y) = 0$

b) $\frac{y'}{\cos x} - x = \tan x$.

Bài 6. Cho các hàm số: $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$, $g(x) = \sin^6 x + \cos^6 x$. Chứng minh:

$3f'(x) - 2g'(x) = 0$.

Bài 7. Cho hàm số $y = \sqrt{x + \sqrt{1 + x^2}}$. Chứng minh: $2\sqrt{1 + x^2} \cdot y' = y$.

Bài 8. Giải phương trình $y' = 0$, biết:

a) $y = \sin 2x - 2 \cos x$

b) $y = \cos^2 x + \sin x$

c) $y = 3 \sin 2x + 4 \cos 2x + 10x$

d) $y = (m - 1) \sin 2x + 2 \cos x - 2mx$

Bài 9. Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m + 1)x + 1$ (1), m là tham số thực.

Tìm các giá trị của m để tiếp tuyến của đồ thị của hàm số (1) tại điểm có hoành độ $x = -1$ đi qua điểm $A(1; 2)$.

Bài 10. Cho hàm số $y = \frac{3x + 1}{x + 1}$ (1). Tính diện tích của tam giác tạo bởi các trục tọa độ và tiếp tuyến của đồ thị của hàm số (1) tại điểm $M(-2; 5)$.

ĐÁP ÁN BÀI TẬP GIẢI TÍCH 11 CHƯƠNG 5:

Phần trắc nghiệm:

1.A 2.C 3.C 4.D 5.A 6.C 7.A 8.B 9.B 10.B 11 12 13.D 14 15.A 16.D 17 18 19.D 20.B 21 22.B 23.B 24 25 26 27.D 28 29.A 30.A

BÀI TẬP HÌNH HỌC 11 HỌC KỲ 2

CHƯƠNG 3: VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN – QUAN HỆ VUÔNG GÓC

I – TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{D'D} - \overrightarrow{B'D'} = k\overrightarrow{BB'}$?

A. $k = 2$.

B. $k = 4$.

C. $k = 1$.

D. $k = 0$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $\triangle ABC$ vuông ở B . AH là đường cao của $\triangle SAB$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $SA \perp BC$.

B. $AH \perp BC$.

C. $AH \perp AC$.

D. $AH \perp SC$.

Câu 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Hình lăng trụ tam giác có hai mặt bên là hình chữ nhật là hình lăng trụ đứng.

B. Hình chóp có đáy là đa giác đều và có các cạnh bên bằng nhau là hình chóp đều.

C. Hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều là hình lăng trụ đều.

D. Hình lăng trụ có đáy là đa giác đều là hình lăng trụ đều.

Câu 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Khoảng cách giữa 2 mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm M bất kì trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

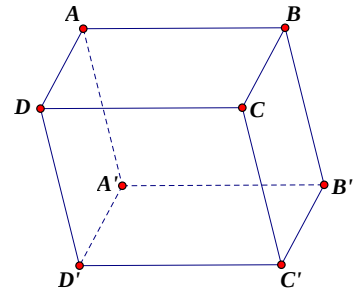
B. Nếu 2 đường thẳng a và b chéo nhau và vuông góc với nhau thì đường vuông góc chung của chúng nằm trong mặt phẳng (α) chứa đường này và (α) vuông góc với đường kia.

C. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau a và b là khoảng cách từ một điểm M thuộc (α) chứa a và song song với b đến một điểm N bất kì trên b .

D. Khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (α) song song với a là khoảng cách từ một điểm A bất kì thuộc a tới mặt phẳng (α) .

Câu 5. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vector **đúng**.

- A. $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'}$.
 B. $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'}$.
 C. $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'A} - \overrightarrow{A'C}$.
 D. $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C'}$.



Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$ tâm O . Đẳng thức vector nào sau đây là **sai**?

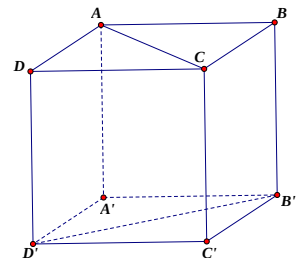
- A. $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SD} - \overrightarrow{SC}$.
 B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO}$.
 C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{SC}$.
 D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{SB}$.

Câu 7. Chọn mệnh đề **đúng**.

- A. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.
 B. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì chúng có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.
 C. Nếu hai đường thẳng a, b cùng vuông góc với một đường thẳng thì $a // b$.
 D. Nếu hai đường thẳng a, b cùng vuông góc với một đường thẳng thì $a \perp b$.

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AC và $B'D'$.

- A. $d = a\sqrt{2}$.
 B. $d = \frac{1}{2}a$.
 C. $d = a\sqrt{3}$.
 D. $d = a$.



Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**.

- A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BB'}$.
 B. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.
 C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BC'}$.
 D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BA'}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tứ diện $ABCD$ khi và chỉ khi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. G là trung điểm của đoạn thẳng nối trung điểm của AB và CD .
 B. G là trung điểm của đoạn thẳng nối trung điểm của AC và BD .
 C. G là trung điểm của đoạn thẳng nối trung điểm của AD và BC .
 D. G là trung điểm của đoạn thẳng nối A với trọng tâm tam giác BCD .

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $AB \perp (SAC)$.
 B. $CD \perp AC$.
 C. $SO \perp (ABCD)$.
 D. $CD \perp (SBD)$.

Câu 12. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.
 B. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song lần lượt chứa hai đường thẳng đó.
 C. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa một trong hai đường thẳng và mặt phẳng song song với nó chứa đường thẳng còn lại.
 D. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa hai đường thẳng song song lần lượt cắt hai đường thẳng đó.

Câu 13: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$, góc giữa đường thẳng EG và mặt phẳng $(BCGF)$ bằng:

- A. 0°
 B. 45°
 C. 90°
 D. 30°

Câu 14: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Mệnh đề nào là đúng trong các mệnh đề sau ?

- A. Nếu $a // (\alpha)$ và $(\alpha) // b$ thì $b // a$
 B. Nếu $a // (\alpha)$ và $b \perp a$ thì $(\alpha) \perp b$
 C. Nếu $a // (\alpha)$ và $b \perp (\alpha)$ thì $a \perp b$.
 D. Nếu $a \perp (\alpha)$ và $b \perp a$ thì $(\alpha) // b$

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) .

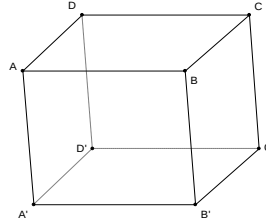
- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , cạnh bên SA vuông góc với đáy, M là trung điểm BC , J là trung điểm BM . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $BC \perp (SAB)$. B. $BC \perp (SAM)$. C. $BC \perp (SAC)$. D. $BC \perp (SAJ)$.

Câu 17: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các vector có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng vector $\overrightarrow{AB}$ là:

- A. $\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{A'B'}; \overrightarrow{D'C'}$.
B. $\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{A'B'}; \overrightarrow{C'D'}$.
C. $\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{C'D'}; \overrightarrow{B'A'}$.
D. $\overrightarrow{CD}; \overrightarrow{D'C'}; \overrightarrow{A'B'}$.



Câu 18: Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Có vô số đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với mặt phẳng cho trước.
B. Đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.
C. Nếu một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng cùng nằm trong một mặt phẳng thì nó vuông góc với mặt phẳng ấy.
D. Có vô số mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với đường thẳng cho trước.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $(SCD) \perp (SAD)$. B. $(SBC) \perp (SIA)$. C. $(SDC) \perp (SAI)$. D. $(SBD) \perp (SAC)$.

Câu 20: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm I , S là điểm nằm ngoài mặt phẳng $(ABCD)$. Tìm mệnh đề sai.

- A. $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SD} - \overrightarrow{SC}$. B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$.
C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SI}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$.

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{CC'} = \vec{c}$. Trong các mệnh đề sau, hãy chọn mệnh đề đúng.

- A. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. B. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$.
C. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{AM} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trong các mệnh đề sau, hãy chọn mệnh đề đúng.

- A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$. B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$.
C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.

Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$. Người ta định nghĩa: “ G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ khi và chỉ khi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ ”. Trong các mệnh đề sau, hãy chọn mệnh đề sai.

- A. G là trung điểm của đoạn thẳng nối trung điểm AB và CD .
B. G là trung điểm của đoạn thẳng nối trung điểm AC và BD .
C. G là trung điểm của đoạn thẳng nối trung điểm AD và CB .
D. G là trung điểm của đoạn thẳng nối trung điểm AB và CD .

Câu 24. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB và CD .

- A. $d = \frac{\sqrt{3}}{6}a$. B. $d = \frac{\sqrt{2}}{2}a$. C. $d = \frac{\sqrt{3}}{2}a$. D. $d = \frac{1}{2}a$.

Câu 25. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SA . Tính số đo của góc $(MN; SC)$.

A. $(MN; SC) = 30^\circ$.

B. $(MN; SC) = 45^\circ$.

C. $(MN; SC) = 60^\circ$.

D. $(MN; SC) = 90^\circ$.

Câu 26. Trong các mệnh đề sau, hãy chọn mệnh đề **sai**.

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

D. Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $\triangle ABC$ vuông tại B . Gọi AH là đường cao của $\triangle SAB$.

Trong các mệnh đề sau, hãy chọn mệnh đề **sai**.

A. $SA \perp BC$.

B. $AH \perp BC$.

C. $AH \perp AC$.

D. $AH \perp SC$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$. Trong các mệnh đề sau, hãy chọn mệnh đề đúng.

A. $SO \perp (ABCD)$.

B. $BC \perp (SAB)$.

C. $CD \perp (SAD)$.

D. $BD \perp (SCD)$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$. Gọi O là hình chiếu của S lên mặt đáy (ABC) . Trong các mệnh đề sau, hãy chọn mệnh đề đúng.

A. O là trọng tâm của $\triangle ABC$.

B. O là tâm đường tròn ngoại tiếp của $\triangle ABC$.

C. O là trực tâm của $\triangle ABC$.

D. O là tâm đường tròn nội tiếp của $\triangle ABC$.

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc α giữa hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và mặt phẳng $(BDD'B')$.

A. $\alpha = 30^\circ$.

B. $\alpha = 45^\circ$.

C. $\alpha = 60^\circ$.

D. $\alpha = 90^\circ$.

II – TỰ LUẬN

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và $SA \perp (ABCD)$.

a) Chứng minh $BD \perp (SAC)$.

b) Tính góc giữa 2 mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$.

c) Tính khoảng cách giữa 2 đường thẳng SC và AD .

Câu 2. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$.

a) Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng $B'C'$. Chứng minh $B'C' \perp (AA'I)$.

b) Xác định và tính góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'B'C')$.

c) Tính khoảng cách từ A' đến $(AB'C')$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a\sqrt{3}$.

a) Chứng minh rằng: $(SAC) \perp (SBD)$.

b) Gọi I là trung điểm của AD , mặt phẳng (P) qua I và vuông góc với SD . Xác định và tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) .

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a .

a) Chứng minh $CD \perp (SAD)$.

b) Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $MA = 2MB$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SCD) .

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) , (SAC) cùng

vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

a) Chứng minh $SA \perp (ABC)$.

b) Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình thang vuông tại A, B . Biết

$$AB = BC = a, \quad \angle ADC = 45^\circ, \quad SA = a\sqrt{2}.$$

a) Chứng minh rằng $(SAC) \perp (SCD)$.

b) Tính khoảng cách giữa AD và SC .

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a$. Biết

$$SA \perp (ABCD) \text{ và } SA = 3a.$$

a) Chứng minh $(SAB) \perp (SBC)$.

b) Tính khoảng cách từ điểm I đến (SBC) với I là trung điểm của đoạn AD .

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , $SA = AB = a$ và hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm A .

a) Chứng minh $AC \perp SB$.

b) Gọi N là hình chiếu vuông góc của A lên BC . Chứng minh $(SAN) \perp (SBC)$.

c) Gọi M là trung điểm SB và H là giao điểm của MC và SN . Giả sử góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AH và BC theo a .

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = AB = a$.

a) Chứng minh $BC \perp (SAB)$.

b) Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AD = 2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{6}$.

a) Chứng minh $CD \perp (SAC)$.

b) Tính số đo góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.

ĐÁP ÁN HÌNH HỌC 11 CHƯƠNG 3

I – TRẮC NGHIỆM

1C 2C 3D 4C 5A 6C 7B 8D 9B 10D 11C 12D 13B 14C 15D 16B 17A 18B 19A 20B 21D 22A 23D 24B 25C 26C 27C 28A 29B 30D

II – TỰ LUẬN

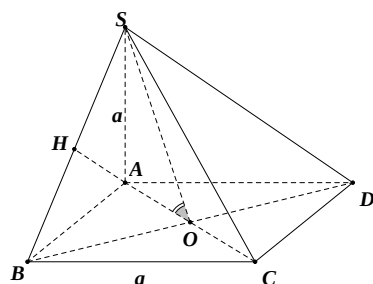
Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và $SA \perp (ABCD)$.

a) Chứng minh $BD \perp (SAC)$.

b) Tính góc giữa 2 mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$.

c) Tính khoảng cách giữa 2 đường thẳng SC và AD .

Hướng dẫn



$$c) \quad AD \parallel BC \Rightarrow AD \parallel (SBC)$$

$$\Rightarrow d(AD, SC) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC))$$

$$\text{Kẻ } AH \perp SB \quad (1)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH \quad (2)$$

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Câu 2. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$.

a) Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng $B'C'$. Chứng minh $B'C' \perp (AA'I)$.

b) Xác định và tính góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'B'C')$.

c) Tính khoảng cách từ A' đến $(AB'C')$.

Giải:

$$a) \left. \begin{array}{l} B'C' \perp AA' \\ B'C' \perp A'I \end{array} \right\} \Rightarrow B'C' \perp (AA'I).$$

b) Góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'B'C')$ là AIA' .

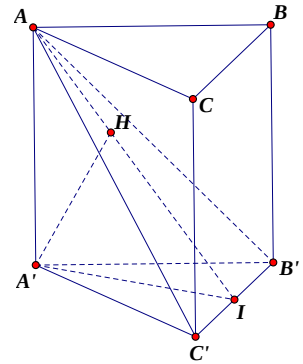
$$\tan AIA' = \frac{AA'}{A'I} = \frac{a\sqrt{3}}{a\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2 \Rightarrow AIA' \approx 63^\circ 27'.$$

c) $A' \in (AA'I), (AA'I) \perp (AB'C')$ theo giao tuyến AI .

Dựng $A'H \perp AI, H \in AI$

$$\Rightarrow A'H \perp (AB'C') \Rightarrow A'H = d(A'; (AB'C')).$$

$$A'H = \sqrt{\frac{AA'^2 \cdot AI^2}{AA'^2 + AI^2}} = a \frac{\sqrt{15}}{5}.$$



Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. $SA \perp (ABCD)$,

$$SA = 2a\sqrt{3}.$$

a) Chứng minh : $(SAC) \perp (SBD)$.

b) Gọi I là trung điểm của AD , mặt phẳng (P) qua I và vuông góc với SD . Xác định và tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) .

Giải:

a) Vì đáy là hình vuông nên $BD \perp AC$

(1)

Mặt khác, vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp BD$

(2)

Từ (1) và (2) ta có $BD \perp (SAC)$

mà $BD \subset (SBD)$ nên $(SDB) \perp (SAC)$

b, Kẻ $IH \perp SD, HG \parallel DC, IF \parallel DC$

Do $DC \perp (SAD) \Rightarrow HG \perp (SAD) \Rightarrow HG \perp SD$

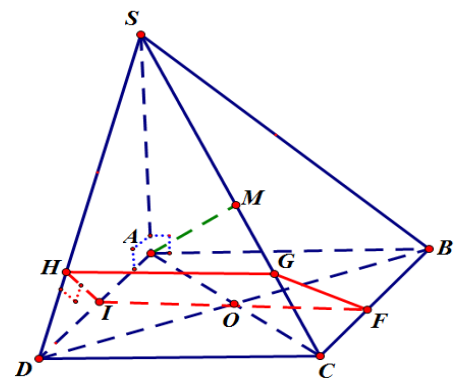
Vậy (P) là mặt phẳng $(IHGF)$

Dựng được thiết diện $IFGH$. Tính đúng diện tích

$$SD = 4a, \frac{DH}{DS} = \frac{HG}{DC}$$

$$IH = \frac{\sqrt{3}}{2}a; DH = \frac{a}{2}; IF = 2a; GH = \frac{7a}{4}.$$

$$S = \frac{IF + HG}{2} \cdot IH = \frac{15\sqrt{3}}{16}a^2$$



Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $MA = 2MB$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SCD) .

Giải:

a) Ta có:

$$CD \perp SA (SA \perp (ABCD), CD \subset (ABCD))$$

$$CD \perp AD (ABCD \text{ là hình vuông})$$

$$SA \cap AD = A$$

$$SA, AD \subset (SAD)$$

$$\Rightarrow CD \perp (SAD).$$

b) Ta có:

$$AB // CD \Rightarrow AB // (SCD)$$

$$\Rightarrow d(M; (SCD)) = d(A; (SCD)).$$

$$DC \perp (SAD) \Rightarrow (SCD) \perp (SAD) \text{ theo giao tuyến là } SD.$$

$$\text{Trong } (SAD), \text{ kẻ } AH \perp SD \Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow AH = d(A; (SCD)).$$

$$AH = \sqrt{\frac{AS^2 \cdot AD^2}{AS^2 + AD^2}} = \sqrt{\frac{3a^2 \cdot a^2}{3a^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hai mặt phẳng $(SAB), (SAC)$ cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

a) Chứng minh $SA \perp (ABC)$.

b) Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .

Giải

$$\text{a) Ta có: } \begin{cases} (SAB) \cap (ABC) \\ (SAC) \cap (ABC) \\ (SAB) \cap (SAC) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC).$$

b) Gọi H là trung điểm của BC .

$$\text{Hạ } AK \perp SH$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp AK$$

$$\text{Do đó: } \begin{cases} AK \perp BC \\ AK \perp SH \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SBC)$$

$$\text{Vậy } d(A; (SBC)) = AK.$$

$\triangle SAH$ vuông tại A có AK là đường cao nên:

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{\frac{6a^2}{4}} + \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} = \frac{2}{a^2}$$

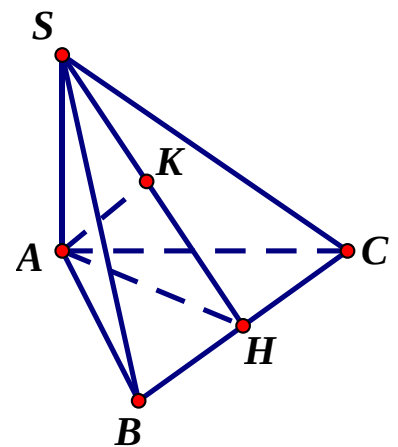
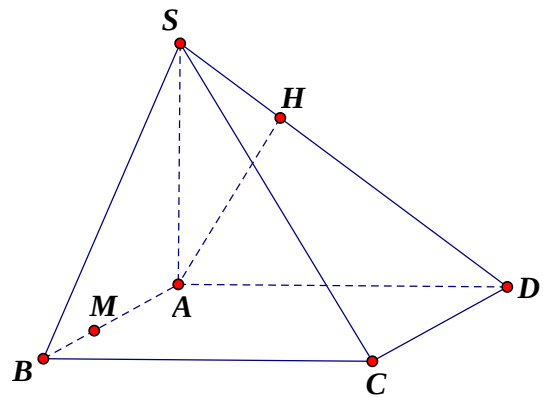
$$\Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình thang vuông tại A, B . Biết

$$AB = BC = a, \angle ADC = 45^\circ, SA = a\sqrt{2}.$$

a) Chứng minh rằng $(SAC) \perp (SCD)$.

b) Tính khoảng cách giữa AD và SC .



Giải:

a) Tính $AC = CD = a\sqrt{2}$ suy ra $\triangle ACD$ vuông cân tại C

$\Rightarrow CD \perp AC$

Và $CD \perp SA$ ($SA \perp (ABCD)$) nên $CD \perp (SAC)$.

Mà $CD \subset (SCD)$ nên $(SAC) \perp (SCD)$.

b) $AD \parallel BC$ nên $AD \parallel (SBC)$ suy ra

$d(AD, SC) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC))$.

Kẻ $AK \perp SB$ ($K \in SB$).

$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AK.$$

Suy ra $AK \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AK$.

Trong $\triangle SAB$ vuông tại A có

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 3a$.

a) Chứng minh $(SAB) \perp (SBC)$.

b) Tính khoảng cách từ điểm I đến (SBC) với I là trung điểm của đoạn AD.

Giải:

a) Ta có $BC \perp AB$; $BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$ (0,5đ)

b) Khoảng cách từ I đến (SBC) bằng khoảng cách từ A đến (SBC) vì AD song song (SBC)

$$\text{KQ: } \frac{3a\sqrt{10}}{10}$$

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A, $SA = AB = a$ và hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm A.

a) Chứng minh $AC \perp SB$.

b) Gọi N là hình chiếu vuông góc của A lên BC. Chứng minh $(SAN) \perp (SBC)$.

c) Gọi M là trung điểm SB và H là giao điểm của MC và SN. Giả sử góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AH và BC theo a.

Giải:

a) Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AC$.

Mà $AC \perp AB$ suy ra $AC \perp (SAB)$.

Mặt khác $SB \subset (SAB) \Rightarrow AC \perp SB$.

b) Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$.

Lại có $BC \perp AN$ suy ra $BC \perp (SAN)$.

Mà $BC \subset (SBC) \Rightarrow (SAN) \perp (SBC)$.

c) $AC \perp (SAB) \Rightarrow AC \perp SB$ (1)

Vì tam giác SAB vuông cân suy ra $AM \perp SB$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $SB \perp (AMC) \Rightarrow SB \perp AH$ (3)

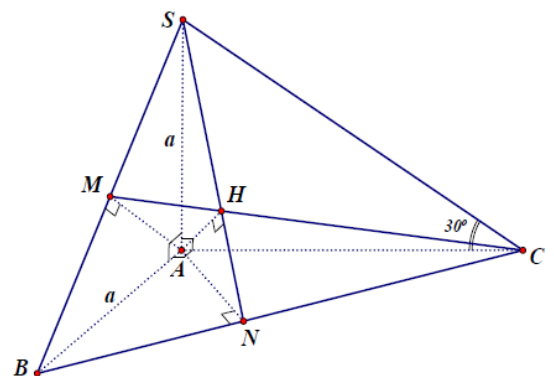
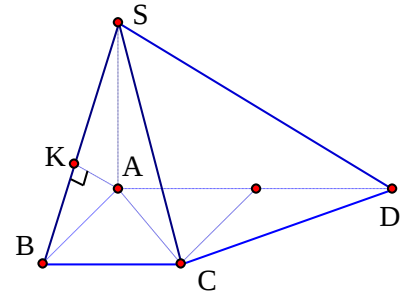
Lại có $BC \perp (SAN)$ nên $BC \perp AH$ (4)

Từ (3) và (4) ta có $AH \perp (SBC) \Rightarrow SN \perp AH$

HN là đoạn vuông góc chung của AH và BC.

Lập luận được $\angle SCA = 30^\circ$, suy ra $\tan \angle SCA = \frac{SA}{AC} \Rightarrow AC = a\sqrt{3}$

Tam giác ABC vuông có $\frac{1}{AN^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} \Rightarrow AN^2 = \frac{3a^2}{4}$



$$\text{Tam giác } SAN \text{ vuông có } AN^2 = NH.NS \Rightarrow NH = \frac{AN^2}{NS} = \frac{AN^2}{\sqrt{AN^2 + AS^2}} = \frac{3a}{2\sqrt{7}}$$

$$\text{Vậy khoảng cách cần tìm là } HN = \frac{3a\sqrt{7}}{14}$$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = AB = a$.

a) Chứng minh $BC \perp (SAB)$.

b) Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

Giải:

a) Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$

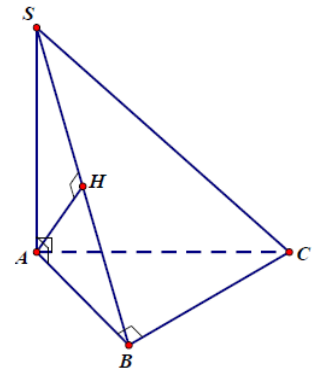
Lại có $BC \perp AB$, mà SA cắt AB nên $BC \perp (SAB)$.

b) Dựng $AH \perp SB (H \in SB)$

Vì $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$.

Suy ra $AH \perp (SBC)$ nên AH là khoảng cách cần tìm.

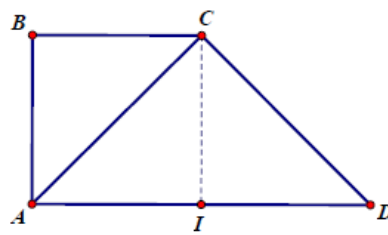
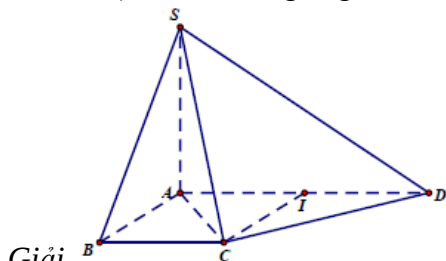
$$\text{Tam giác } SAB \text{ vuông tại } A \text{ nên } AH = \frac{1}{2}SB = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AB^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$



Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AD = 2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{6}$.

a) Chứng minh $CD \perp (SAC)$.

b) Tính số đo góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.



Giải

a) Gọi I trung điểm $AD \Rightarrow ABCI$ là hình vuông nên $CI = a$.

Tam giác ACD có trung tuyến $CI = \frac{1}{2}AD \Rightarrow \triangle ACD$ vuông tại C hay $CD \perp AC$ (1).

Mà $SA \perp (ABCD)$ nên $CA \perp SA$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $CD \perp (SAC)$.

b) Ta có $(SCD) \cap (ABCD) = CD$ và $AC \perp CD$ (cmt)

mặt khác $CD \perp (SAC) \Rightarrow SC \perp CD$ nên suy ra góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\angle SCA$.

$$\text{Ta có } AC = a\sqrt{2}, \text{ từ } \triangle SCA \Rightarrow \tan \angle SCA = \frac{SA}{AC} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle SCA = 60^\circ$$